

❖ Ensemble des nombres réels

Exercice 1 :

Calculer les nombres suivants en présentant les résultats sous la forme la plus simple possible :

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6}$$

$$B = \frac{8}{5} - \frac{4}{\sqrt{80}}$$

$$C = -\frac{7}{11} + \frac{7}{132}$$

$$D = \frac{12^3 \times 7^5}{21^2 \times 8^2} \times \sqrt{\frac{63}{3^6 \times 7^5}}$$

$$E = (2 + \sqrt{3})^5 (2 - \sqrt{3})^4$$

Exercice 2 :

Sachant que $\sqrt{3}$ est un nombre irrationnel, démontre par l'absurde l'irrationalité de $E = 2 + \sqrt{3}$

Exercice 3 :

Démontrer que : $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^7 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})^5 = 5 - 2\sqrt{6}$

Exercice 4 :

Calculer les nombres suivants :

$$A = |1 - \sqrt{2}| - |3 - \sqrt{8}| - 3|\sqrt{32} - 5\sqrt{2}|$$

$$B = \sqrt{3} - 3 + 3(\sqrt{3} - 2)$$

Exercice 5 : Approfondissement

Démontrer que pour tout nombre réel a on a :

$$|5a - 3| \leq |4a + 3| + |a - 6|$$

❖ Polynômes et fractions rationnelles

Exercice 6 :

Réduire et ordonner suivant les puissances décroissantes de x les polynômes P , Q , R définis par :

$$P(x) = (x^2 + 5)^2 + (2x - 3)^3$$

$$Q(x) = (x^3 + 1)^3 + (x^4 - 1)^3$$

$$R(x) = (x - 1)^2(x + 1)^3$$

Exercice 7 :

Factoriser les polynômes P , Q , R définis par :

$$P(x) = x^2 - 1 + (1 - x)(2x - 3)$$

$$Q(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

$$R(x) = x^3 - 1 + (x^2 + x + 1)(4x^2 + 3x + 2)$$

Exercice 8 :

Dans chacun des cas, vérifier que $P(\alpha) = 0$

$$1) P(x) = x^3 - 7x - 6 \quad ; \alpha = 1$$

$$2) P(x) = -x^4 + 6x^3 - 9x^2 - 4x + 12 \quad ; \alpha = 2$$

$$3) P(x) = -2x^3 + 5x - \sqrt{2} \quad ; \alpha = \sqrt{2}$$

$$4) P(x) = -5x^2 + 2x + 7 \quad ; \alpha = -1$$

$$5) P(x) = 3x^3 - 2x - 1 \quad ; \alpha = 1$$

Exercice 9 :

Diviser $P(x)$ par $x - \alpha$ dans chacun des cas suivants :

$$1) P(x) = -5x^2 + 2x + 7 \quad ; \alpha = -1$$

$$2) P(x) = 3x^3 - 2x - 1 \quad ; \alpha = 1$$

$$3) P(x) = x^3 - 7x - 6 \quad ; \alpha = -1$$

$$4) P(x) = -2x^3 + 5x - \sqrt{2} \quad ; \alpha = \sqrt{2}$$

$$5) P(x) = -x^4 + 6x^3 - 9x^2 - 4x + 12 \quad ; \alpha = 2$$

Exercice 10 :

Factoriser les polynômes P , Q et R définis par :

$$P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$$

$$Q(x) = x^3 + 2x^2 + x + 2$$

$$R(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

Exercice 11 :

On donne le polynôme $P(x)$ défini par :

$$P(x) = 2x(x - 4) - 3x(x + 1) - 6$$

Montrer que $P(x)$ est un polynôme de second degré.

Exercice 12 :

On donne les polynômes $P(x)$ et $Q(x)$ définis par :

$$P(x) = 2x^2 - 3x + 7 \text{ et } Q(x) = (a - 1)x^2 + (b + 3)x - c$$

Déterminer a, b et c pour que $P(x)$ et $Q(x)$ soient égaux.

Exercice 13 :

Etudier le signe des polynômes P et Q définis par :

$$P(x) = -x^3 + 3x + 2$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$$

Exercice 14 :

Mettre les polynômes $Q(x), R(x)$ et $S(x)$ sous la forme canonique

$$Q(x) = x^2 - 2\sqrt{3}x + 1$$

$$R(x) = 2x^2 + 8x - 3$$

$$S(x) = x^2 - 6x + 5$$

Exercice 15 :

Dans chacun des cas suivants, où P est un polynôme :

-mettre $P(x)$ sous la forme canonique

-déterminer les racines éventuelles de P

-étudier le signe de $P(x)$

1. $P(x) = -6x^2 - 5x + 4$

2. $P(x) = -x^2 + x - 1$

3. $P(x) = -5x^2 + x + 1$

4. $P(x) = x^2 + 2x + 2$

5. $P(x) = x^2 + 2x - 1$

Exercice 16 :

On considère le polynôme P défini sur R par :

$$P(x) = (2x - 3)^2 - (x + 1)(x - 5)$$

1. Développer puis réduire $P(x)$
2. Mettre $P(x)$ sous la forme canonique
3. Factoriser $P(x)$ sur R
4. Résoudre dans R l'équation $P(x) = 0$
5. Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x

Exercice 17 :

Dans chacun des cas suivants, déterminer α pour que f soit factorisable par g , factoriser f puis étudier son signe :

1. $f(x) = \alpha x^3 - 4x^2 + 7x - 6$ et $g(x) = x - 2$

2. $f(x) = x^4 + 2x^3 + \alpha x - 2$ et $g(x) = x + 2$

3. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + \alpha$ et $g(x) = x^2 - 4$

Exercice 18 :

On considère le polynôme P défini par :

$$P(x) = (x^2 - 1)^2 + (2x)^2$$

1. Développer, réduire et ordonner P
2. Factoriser P
3. Trouver deux nombres entiers p et q tel que : $p^2 + q^2 = 101^2$

Exercice 19 :

Soit $P(x) = -x^3 - 2x^2 + 5x + 6$

1. Calculer $P(2)$
2. Déterminer le polynôme Q de degré 2 tel que : $P(x) = (x - 2)Q(x)$
3. Factoriser $P(x)$
4. Etudier le signe de P .

Exercice 20 :

On considère le polynôme P défini par : $P(x) = 5x^3 + 4x^2 + 2x + 3$

1. Calculer $P(-1)$
2. Déterminer a, b et c tel que : $P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$

Exercice 21 :

Trouver, dans chaque cas, l'ensemble de définition de la fraction rationnelle f

$$1. f(x) = \frac{-3x}{x^2 - x + 1}$$

$$2. f(x) = 4x + \frac{x - 1}{9 - x^2}$$

Exercice 22 :

Simplifier les fractions rationnelles P et Q définies par :

$$P(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$$

$$Q(x) = 1 - \frac{5x - 10}{x^2 - 4}$$

Exercice 23 :

Dans chacun des cas suivants, f est une fonction rationnelle.

- a. Trouver l'ensemble de définition de f
- b. Etudier le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x .

$$1. f(x) = \frac{1}{2x + 1} - \frac{1}{x - 3}$$

$$2. f(x) = \frac{x^3 + x^2 - x - 10}{x^2 - 4x + 4}$$

$$3. f(x) = \frac{(4 - x^2)(x^2 - 1)}{(x + 1)(x^2 - 4x + 4)}$$

Exercice 24 :

On donne :

$$F(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + x - 1}{x^2 - x - 2}$$

1. Donner D_F l'ensemble de définition de F
2. Simplifier $F(x)$ sur D_F

Exercice 25 :

$$\text{Soit : } f(x) = \frac{-x + 2}{x + 1}$$

Déterminer deux nombres réels a et b tels que :

$$f(x) = a + \frac{b}{x + 1}$$

Exercice 26 :

$$\text{On pose : } R(x) = \frac{-4x^2 + 7x + 6}{x + 3}$$

1. Trouver l'ensemble de définition de R .
2. Déterminer trois nombres réels a, b et c tels que pour $x \in D_R$,

$$R(x) = ax + b + \frac{c}{x + 3}$$

Exercice 27 :

$$\text{On pose : } R(x) = \frac{2x^3 - 15x^2 + 37x - 30}{x^2 + x - 12}$$

1. Trouver l'ensemble de définition de R
2. Simplifier si possible $R(x)$
3. Déterminer trois nombres réels a, b et c tels que :

$$R(x) = ax + b + \frac{c}{x + 4}$$

Exercice 27 :

On considère la fraction rationnelle f définie par :

$$f(x) = \frac{3x^2 - x + 4}{-x + 2}$$

Trouver un polynôme P de degré 1 et un nombre réel c tels que, pour tout nombre réel x différent de 2 :

$$f(x) = P(x) + \frac{c}{-x + 2}$$

Exercice 28 :

On considère la fraction rationnelle g définie par :

$$g(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 10}{x - 4}$$

Trouver un polynôme P de degré 2 et un nombre réel c tels que, pour tout nombre réel x différent de 4 :

$$g(x) = P(x) + \frac{c}{x - 4}$$

Exercice 29 :

1. Déterminer les nombres réels a et b tels que, pour tout nombre réel x , on ait : $a(x^2 + 9) + b(x^2 - 9) = 6^3$
2. Déterminer les nombres réels c et d tels que, pour tout nombre réel x , on ait : $c(x + 3) + d(x - 3) = 12$
3. On considère la fraction rationnelle f définie par :

$$f(x) = \frac{6^3}{x^4 - 81}$$

Déterminer l'ensemble de définition Df de f .

Exercice 30 : Approfondissement

Soit les polynômes suivants : $R(x) = (-x + 2)(x^2 - 4x - 21)$;

$S(x) = x^3 - 9x^2 - x + 105$ et $T(x) = x^2 - 4x - 21$

1. Factoriser $T(x)$ et $R(x)$
2. Vérifier que $S(-3) = 0$. Puis factoriser $S(x)$
3. On considère la fonction rationnelle f définie par :

$$f(x) = \frac{S(x)}{R(x)}$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition de f
- b. Simplifier $f(x)$
- c. Résoudre dans Df , l'équation $f(x) = 0$ et l'inéquation $f(x) < 0$
4. Déterminer les réels a et b tels que pour $x \in Df$,

$$f(x) = a + \frac{b}{2 - x}$$

Exercice 31 : Approfondissement

Soit les polynômes suivants : D , N et P définis par :

$$D(x) = (x^2 - 2x - 15)(x - 5) ;$$

$$N(x) = x^3 + x^2 - 21x - 45 \text{ et } P(x) = x^2 - 2x - 15$$

1. a. Trouver la forme canonique de $P(x)$
b. Factoriser $P(x)$ et $D(x)$
c. Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x .
2. Vérifier que $N(-3) = 0$ et factoriser $N(x)$
3. On considère la fonction rationnelle Q définie par :
$$Q(x) = \frac{N(x)}{D(x)}$$
 - a. Déterminer l'ensemble de définition de Q
 - b. Simplifier $Q(x)$

❖ Equations et Inéquations dans R

Exercice 32 :

Résoudre dans R les équations suivantes :

$$(E1). 9 - 4x^2 = (2x - 3)(x + 4)$$

$$(E2). (2x^2 - x + 1)(x + 5) = (x + 2)(x^2 + 5) + x(5x - 11)$$

$$(E3). (3x - 1)^2 = 4(3x + 1)^2$$

$$(E4). x(2 - x) + 4(x - 2) = x^2 - 16$$

Exercice 33 :

Résoudre dans R les inéquations suivantes :

$$(I1). 2x^2 - x + 1 < x^2 - 4x + 5$$

$$(I2). x^2 + x \geq x + 1$$

$$(I3). x^3 + x^2 \geq x + 1$$

$$(I4). (2x^2 - x + 1)(x + 5) \geq (x + 2)(x^2 + 5) + x(5x - 11)$$

Exercice 34 :

Résoudre dans R les équations suivantes :

$$(E1). \frac{3}{5x} = \frac{1}{2x} + \frac{1}{40}$$

$$(E2). \frac{x}{x+3} = \frac{-2}{x^2-9}$$

$$(E3). \frac{2}{x-1} = \frac{1}{x+1}$$

$$(E4). \frac{2+3x}{2x-1} = 2$$

$$(E5). \frac{x+2}{x+1} = \frac{2x+1}{x-1}$$

$$(E6). \frac{x+2}{x-1} = \frac{2x+1}{x+1}$$

$$(E7). \frac{x-2}{x+1} = \frac{2x+5}{x}$$

$$(E8). \frac{(2x-1)^2}{x^2-1} = \frac{(x-3)^2}{x^2-1}$$

$$(E9). \frac{6x^2+x+2}{2x+3} = \frac{3x^2-x-2}{x-3}$$

$$(E10). x+1 = -\frac{9}{2x}$$

Exercice 35 :

Résoudre dans R les inéquations suivantes :

$$(I1). x+1 \geq -\frac{9}{2x}$$

$$(I2). 2x \geq -\frac{9}{x+1}$$

$$(I3). \frac{2x-3}{1-2x} \geq 0$$

$$(I4). \frac{1}{3-x} < 3-x$$

$$(I5). \frac{3x-1}{x^2-1} \geq \frac{2}{x+1}$$

$$(I6). \frac{x-2}{x+1} < \frac{2x+5}{x}$$

$$(I7). \frac{x}{x-2} \leq \frac{6}{x-1}$$

$$(I8). \frac{x^3}{x^2-2} \leq 1$$

$$(I9). \frac{x}{x^2-1} \leq \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

$$(I10). \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-4} \leq \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4}$$

Exercice 36 :

Résoudre dans R les équations suivantes :

$$(E1). |2x - 5| = |7 - x|$$

$$(E2). |3x - 1| = 5$$

$$(E3). |x^2 - 5x + 13| = |6x - 15|$$

$$(E4). |4x^2 - x - 9| = |2x^2 - 5x - 3|$$

$$(E5). |2x + 3| = |x - 1|$$

$$(E6). |2 - x| = x^2 + 1$$

$$(E7). |x^2 - 1| = 1 - x^2$$

Exercice 37 :

Résoudre dans R les inéquations suivantes :

$$(I1). |2x - 1| < 3$$

$$(I2). |2x + 3| \geq |7x - 12|$$

$$(I3). |2x - 1| \leq |x + 4|$$

$$(I4). 3|2x + 1| \leq 4|x - 2|$$

$$(I5). |x^2 - 5x - 15| < |6x + 13|$$

$$(I6). |2x^2 - x + 1| \geq |5x^2 - 3x - 22|$$

Exercice 38 :

Soit : $P(x) = x^2 - x - 2$ et $Q(x) = x^2 + 3x - 4$

1. Résoudre dans R , $P(x) = 0$ et $Q(x) = 0$
2. Résoudre dans R , l'équation $|x^2 + x - 3| = |2x - 1|$

Exercice 39 :

Soit : $P(x) = -x^2 + x + 2$ et $Q(x) = x^2 + 3x - 4$

1. Etudier le signe de $P(x)$ et $Q(x)$
2. Résoudre dans R , l'inéquation $|-x^2 - x + 3| \geq |2x - 1|$

Exercice 40 : Approfondissement

Soit : $R(x) = x^2 - x - 2$ et $S(x) = x^2 + 3x - 4$

1. Etudier le signe de $P(x)$ et $Q(x)$
2. Résoudre dans R , l'équation $|x^2 + x - 3| < |2x - 1|$

❖ **Généralités sur les Fonctions**

Exercice 41 :

f et g sont les fonctions définies par :

$$f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x$$

$$g(x) = \frac{2}{x^4} - \frac{3}{x^3} + \frac{4}{x^2} - \frac{5}{x}$$

1. Trouver Df et Dg
2. Calculer l'image par f et g , de chacun des nombres suivants :

$$10^{-1} ; 10^2 ; 10^{-3} ; -10^{-1} ; -10^{-2} ; -10^3$$

Exercice 42 :

g est une fonction numérique définie par :

$$g(x) = \frac{\sqrt{x-5}}{3-x}$$

(Cg) est la représentation graphique de g .

Complète la deuxième colonne du tableau par **Vrai** ou **Faux** :

$A(9 ; -\frac{1}{3})$	
$B(0 ; \frac{\sqrt{5}}{3})$	
$C(5 ; 3)$	

Exercice 43 :

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = x^2 + x + 5$$

$$g(x) = \frac{3x - 2}{x^2 - 25}$$

$$h(x) = \sqrt{x - 2}$$

Exercice 44 :

Dans chacun des cas suivant, déterminer l'ensemble de définition de :

$$f(x) = \frac{x + 2}{3 - x^2}$$

$$f(x) = |2x - 1|$$

$$f(x) = \frac{1 - x}{\sqrt{4 - x^2}}$$

$$f(x) = \sqrt{(x - 2)(x + 1)}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{1 - x}}{\sqrt{1 + x}}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^2 - 9}$$

Exercice 45 : Approfondissement

$$\text{Soit : } f(x) = \frac{x + 2}{\sqrt{x - 1}}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f
2. Les points $A(2 ; 4)$; $B(1 ; -4)$ et $C(5 ; 0)$ appartiennent – ils à Cf ?

Réponse : Seul le point A appartient à Cf car $f(2) = 4$

Exercice 46 : Approfondissement

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 + 1$

Déterminer les images par f des nombres :

-4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 et 4

❖ **CORRECTION DES EXERCICES**

Exercice 42 :

$A(9 ; -\frac{1}{3})$	<i>Vrai</i>
$B(0 ; \frac{\sqrt{5}}{3})$	<i>Faux</i>
$C(5 ; 3)$	<i>Faux</i>

Exercice 43 :

Déterminons l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

Pour : $f(x) = x^2 + x + 5$

$Df = \mathbb{R} =]-\infty ; +\infty[$ car $f(x)$ est une fonction polynôme.

Pour : $g(x) = \frac{3x-2}{x^2-25}$

Première méthode :

$x \in Dg$ équivaut à $x \in \mathbb{R}$ et $x^2 - 25 \neq 0$

$$x^2 - 5^2 \neq 0$$

$$(x - 5)(x + 5) \neq 0$$

$$x \neq 5 \text{ ou } x \neq -5$$

$$Df = \mathbb{R} \setminus \{-5 ; 5\} =]-\infty ; -5 [\cup] 5 ; +\infty [$$

Deuxième méthode :

$x \in Dg$ équivaut à $x \in \mathbb{R}$ et $x^2 - 25 \neq 0$

$$x^2 \neq 25 ;$$

$$x \neq \pm\sqrt{25} ;$$

$$x \neq \pm 5$$

$$Df = \mathbb{R} \setminus \{-5 ; 5\} =] - \infty ; -5 [\cup] 5 ; +\infty [$$

Pour : $h(x) = \sqrt{x-2}$

$$x \in Dh \text{ équivaut à } x \in \mathbb{R} \text{ et } x - 2 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$Dh = [2 ; +\infty[$$

Exercice 44 :

Déterminons l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

Pour : $f(x) = \frac{x+2}{3-x^2}$

$$x \in Dg \text{ équivaut à } x \in \mathbb{R} \text{ et } 3 - x^2 \neq 0$$

$$x^2 \neq 3 ;$$

$$x \neq \pm\sqrt{3} ;$$

$$Df = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{3} ; \sqrt{3}\} =] - \infty ; -\sqrt{3} [\cup] \sqrt{3} ; +\infty [$$

Pour : $f(x) = |2x - 1|$

$$\text{Pour tout } x \in \mathbb{R}, f(x) \text{ existe, donc } Dg = \mathbb{R}$$

Pour : $f(x) = \frac{1-x}{\sqrt{4-x^2}}$

$$x \in Df \text{ équivaut à } x \in \mathbb{R} \text{ et } 4 - x^2 > 0$$

$$x \in Df \text{ équivaut à } x \in \mathbb{R} \text{ et } (2-x)(2+x) > 0$$

Tableau de signe :

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$2 - x$				
$2 + x$				
$(2 - x)(2 + x)$				

$$Df =] - 2 ; 2[$$

Pour : $f(x) = \sqrt{(x-2)(x+1)}$

$$x \in Df \text{ équivaut à } x \in \mathbb{R} \text{ et } (x-2)(x+1) \geq 0$$

Tableau de signe :

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$x - 2$				
$x + 1$				
$(x - 2)(x + 1)$				

$$Df =] - \infty ; -1] \cup [2 ; +\infty [$$

Pour : $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}}$

$$x \in Df \text{ équivaut à } x \in \mathbb{R} \text{ et } 1 - x \geq 0 \text{ et } 1 + x > 0$$

$$x \leq 1 \text{ et } x > -1$$

$$Df =] - 1 ; 1]$$

Pour : $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^2-9}$

$$x \in Df \text{ équivaut à } x \in \mathbb{R} \text{ et } x^2 - 1 \geq 0 \text{ et } x^2 - 9 \neq 0$$

$$(x - 1)(x + 1) \geq 0 \text{ et } (x - 3)(x + 3) \neq 0$$

$$(x - 1)(x + 1) \geq 0 \text{ et } x \neq 3 \text{ ou } x \neq -3$$

Tableau de signe :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x - 1$				
$x + 1$				
$(x - 1)(x + 1)$				

$$Df =] - \infty ; -3[\cup] - 3 ; 1] \cup [1 ; 3 [\cup] 3 ; +\infty [$$

❖ Etudes de fonctions élémentaires

Exercice 47 :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

Construire la représentation graphique de la fonction affine par intervalles f dans chacun des cas suivants :

1) pour $x \in [-5 ; 3[$, $f(x) = x + 2$;

pour $x \in [3 ; 7[$, $f(x) = 2$;

pour $x \in [7 ; 10[$, $f(x) = -x$;

2) pour $x \in] -\infty ; 2[$, $f(x) = -x + 1$;

pour $x \in [2 ; 4[$, $f(x) = 2x$;

pour $x \in [4 ; +\infty[$, $f(x) = 0$;

Exercice 48 :

Le plan est muni du repère (O, I, J) .

Construire la représentation graphique d'une fonction affine g par intervalles qui admet le tableau de variation ci-dessous :

x	-2	0	3	5
$g(x)$	-5	-2	-3	6

Exercice 49 :

Le plan est muni du repère (O, I, J) .

Construire la représentation graphique de la fonction f définie par :

$$f(x) = |2x - 1|$$

Exercice 50 :

Le plan est muni du repère $(0, I, J)$.

Etudier la fonction g définie par :

$$f(x) = |x + 3|$$

Exercice 51 :

Etudier la fonction carrée

Exercice 52 :

Etudier la fonction racine carrée

Exercice 53 :

Etudier la fonction inverse

Exercice 54 :

Etudier la fonction cube

Exercice 55 : Approfondissement

Dans chacun des cas ci-dessous, f est une fonction de $\mathbf{R}$ vers $\mathbf{R}$. Démontrer que f est affine par intervalles.

a) $f(x) = |3x - 1|$

b) $f(x) = 7x + 1 - |4x + 3|$

c) $f(x) = |2x + 3| + |x - 5|$

Exercice 56 : Approfondissement

Construire la représentation graphique de la fonction affine par intervalles f dans chacun des cas suivants :

a) pour $x \in]-2 ; 1]$, $f(x) = 3x + 1$;

pour $x \in]1 ; 3]$, $f(x) = 4$;

pour $x \in]3 ; 6]$, $f(x) = -2x + 3$;

b) pour $x \in]-\infty ; 1]$, $f(x) = 5$;

pour $x \in]1 ; 7[$, $f(x) = 3$;

pour $x \in [7 ; +\infty[$, $f(x) = 2$;

Exercice 57 : Approfondissement

1. Construire la représentation graphique d'une fonction f affine par intervalles qui admet le tableau de variation ci-dessous :

x	-3	-1	4	7
$f(x)$	-2		3	1

2. Définir explicitement cette fonction.

Exercice 58 : Approfondissement

Etudier la fonction $2x^2$

Exercice 59 : Approfondissement

Etudier la fonction $\frac{3}{x}$

Exercice 60 : Approfondissement

Etudier la fonction $-4x^2$

Exercice 61 : Approfondissement

Etudier la fonction $-\frac{3}{x}$

❖ [CORRECTION DES EXERCICES](#)

Exercice 47 :

1. $Df = [-5 ; 10[$

(D1) est la droite d'équation $y = x + 2$

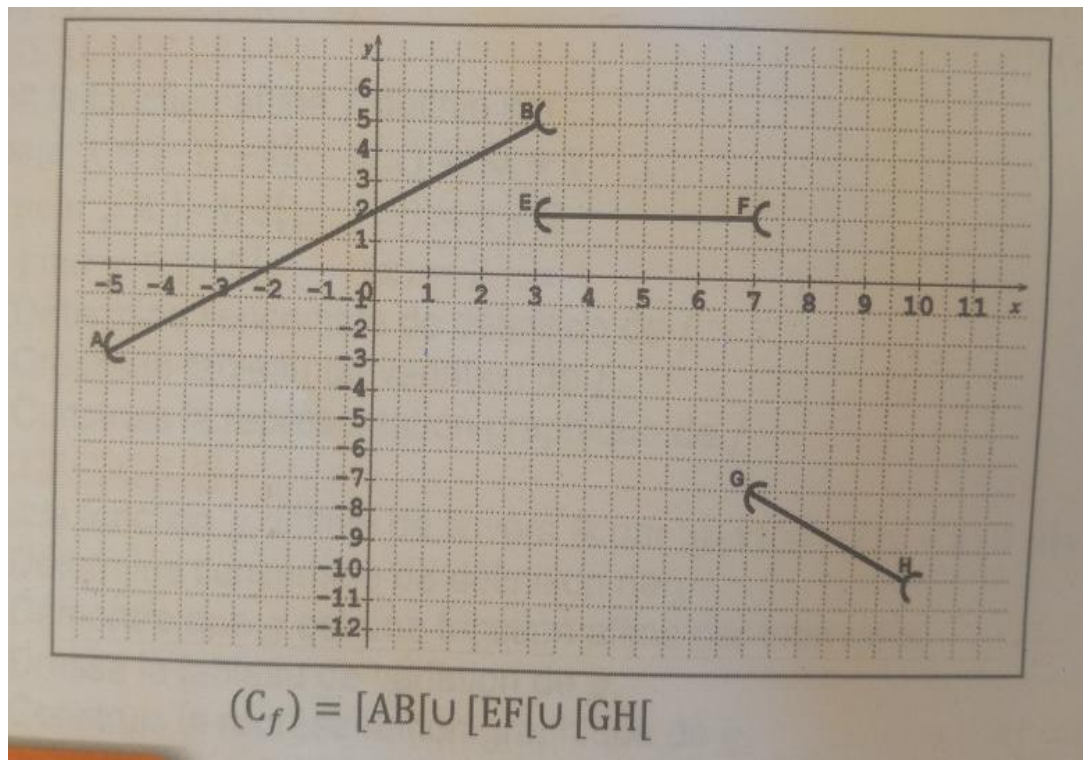
(D2) est la droite d'équation $y = 2$

(D3) est la droite d'équation $y = -x$

(D1)	A	-5	-3
	B	3	5

(D2)	C	3	2
	D	7	2

(D3)	E	7	-7
	F	10	-10



2. $Df =] - \infty ; +\infty [$

(D1) est la droite d'equation $y = -x + 1$

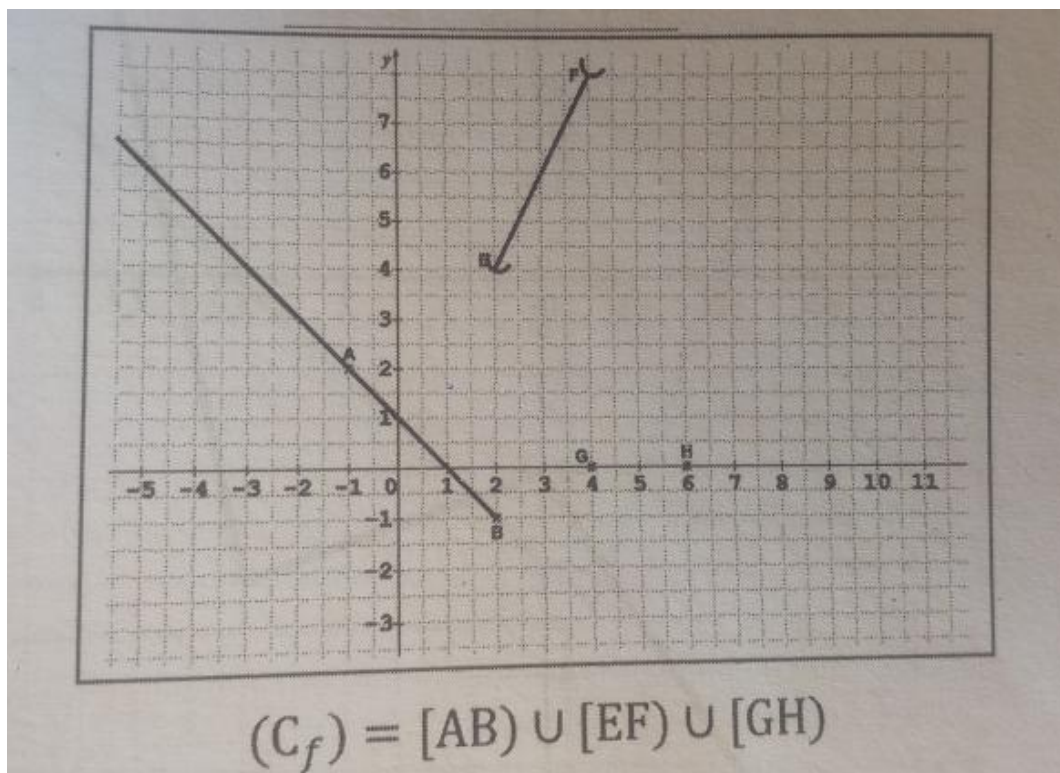
(D2) est la droite d'equation $y = 2x$

(D3) est la droite d'equation $y = 0$

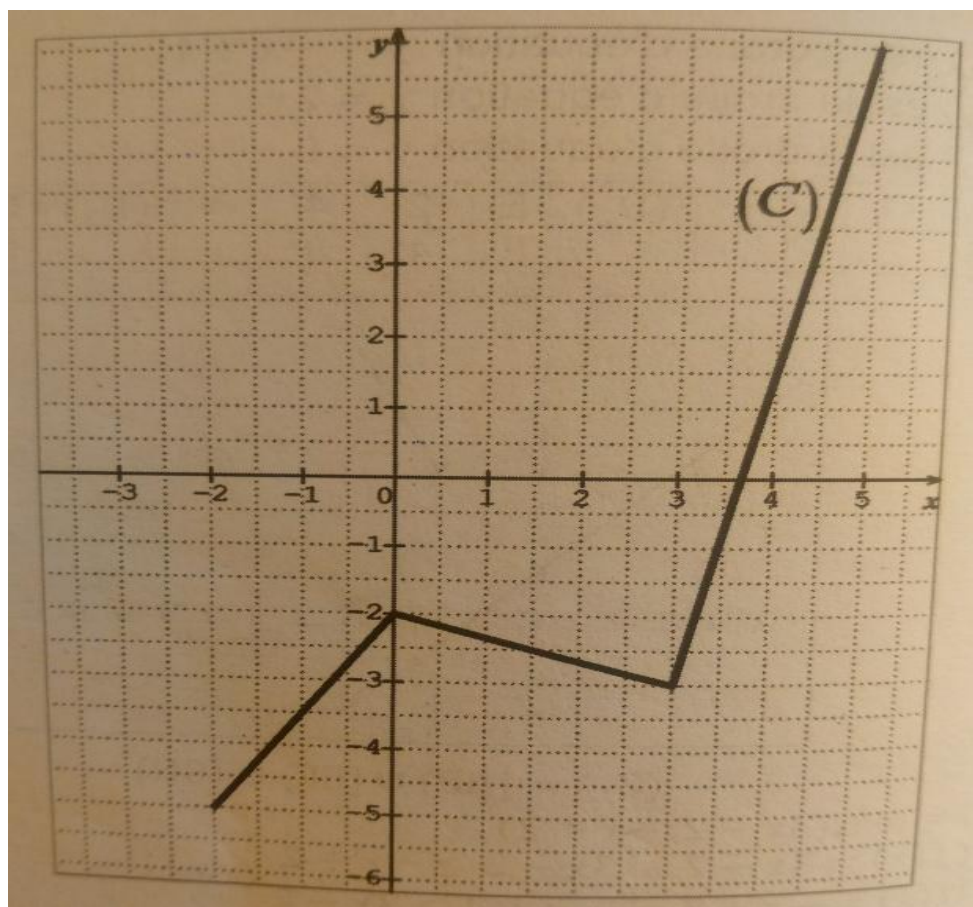
(D1)	A	-1	2
	B	2	-1

(D2)	C	2	4
	D	4	8

(D3)	E	4	0
	F	6	0



Exercice 48 :



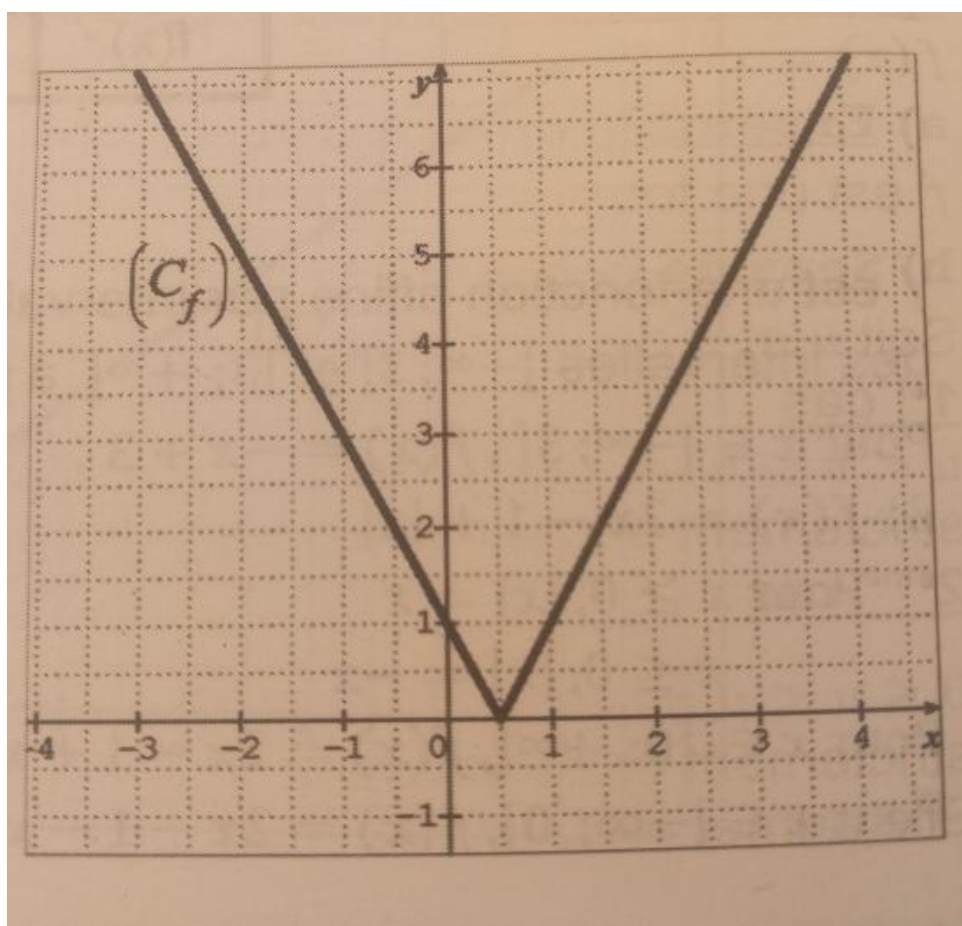
Exercice 49 :

Construisons la représentation graphique de la fonction : $f(x) = |2x - 1|$

$$\begin{cases} f(x) = 2x - 1 ; \text{ si } x \geq \frac{1}{2} \\ f(x) = -2x + 1 ; \text{ si } x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Tableau de valeurs :

x	-1	0	1
$f(x)$	3	1	1

Représentation graphique :**Exercice 50 :**

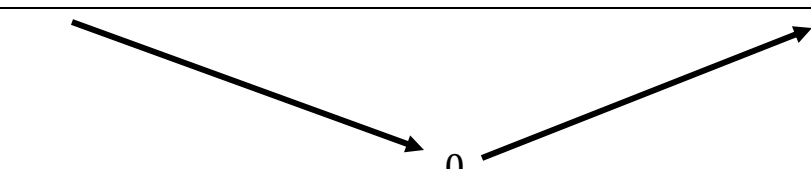
Etudions la fonction g définie par : $g(x) = |x + 3|$

Domaine de définition :

$$Dg = \mathbb{R}$$

Variation de g sur $\mathbb{R}$, on a :

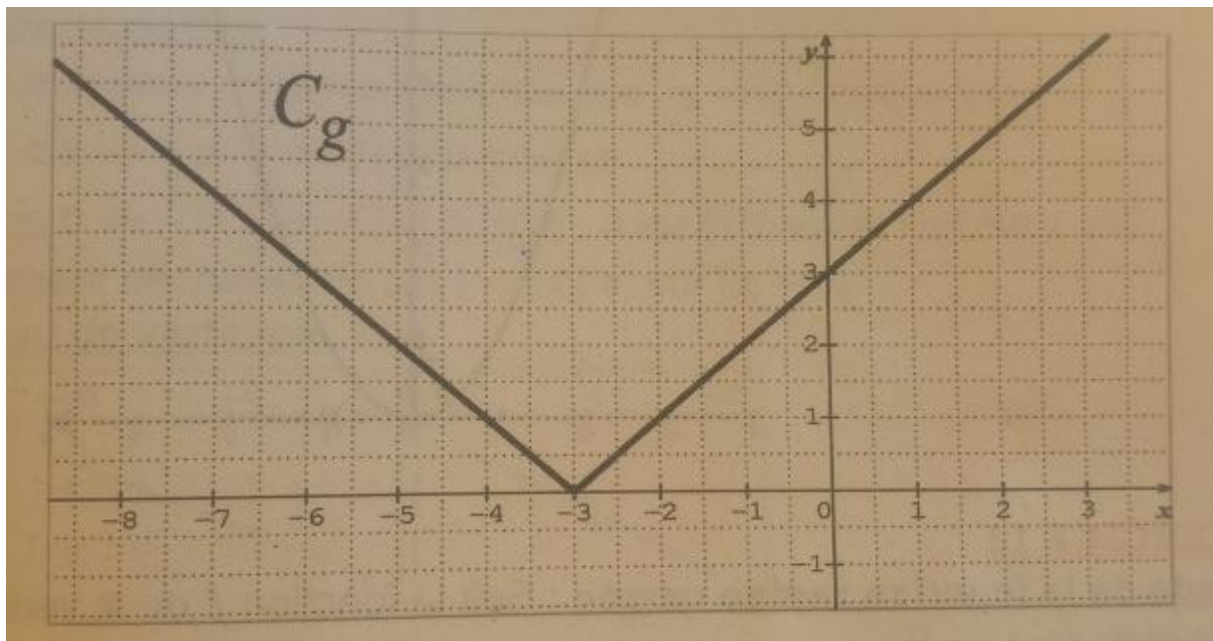
$$g(x) = \begin{cases} x \in]-\infty; -3] & ; g(x) = -x - 3 \\ x \in [-3; +\infty[& ; g(x) = x + 3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$g(x)$			

Sur $] -\infty ; -3]$, g est décroissante

Sur $[-3 ; +\infty[$, g est croissante

Construction de la courbe représentation de g



Exercice 51 :

Etudions la fonction carrée :

$$f(x) = x^2$$

a. Ensemble de définition :

f est une fonction polynôme, donc : $Df = \mathbb{R}$

b. Tableau de valeurs :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	16	9	4	1	0	1	4	9	16

c. Tableau de variation :

x	$-\infty$	-4	0	4	$+\infty$
$f(x)$					

d. Représentation graphique :

COLLER LA CONSTRUCTION EN IMAGE

Exercice 52 :

Etudions la fonction racine carrée :

$$f(x) = \sqrt{x}$$

a. Ensemble de définition :

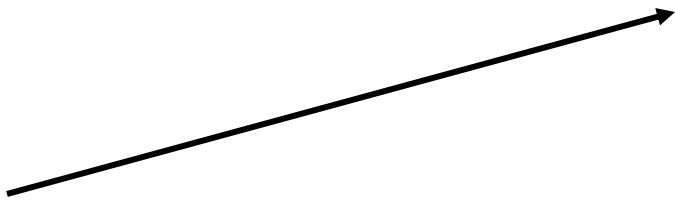
$x \in Df$ équivaut à $x \geq 0$, donc : $Df = [0; +\infty[$

b. Tableau de valeurs :

x	0	1	4	9	16
$f(x)$	0	1	2	3	4

c. Tableau de variation :

x	0	$+\infty$
$f(x)$	0	



d. Représentation graphique :

COLLER LA CONSTRUCTION EN IMAGE

Exercice 53 :

Etudions la fonction inverse :

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

a. Ensemble de définition :

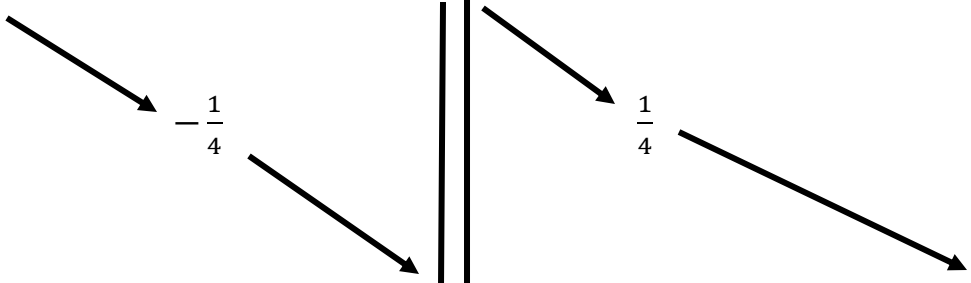
$x \in Df$ équivaut à $x \neq 0$, donc : $Df =] -\infty ; 0[\cup] 0 ; +\infty[$

b. Tableau de valeurs :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-0,25	-0,33	-0,5	-1	X	1	0,5	0,33	0,25

c. Tableau de variation :

x	$-\infty$	-4	0	4	$+\infty$
$f(x)$		$-\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$	



d. Représentation graphique :

COLLER LA CONSTRUCTION EN IMAGE

Exercice 54 :

Etudions la fonction cube :

$$f(x) = x^3$$

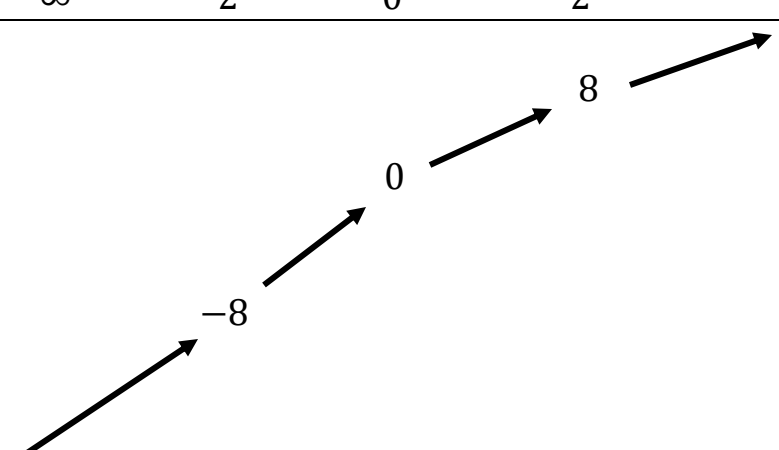
a. Ensemble de définition :

f est une fonction polynôme, donc : $Df = \mathbb{R}$

b. Tableau de valeurs :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-27	-8	-1	0	1	8	27

c. Tableau de variation :

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f(x)$					

d. Représentation graphique :

COLLER LA CONSTRUCTION EN IMAGE

❖ Inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Exercice 62 :

Pour chacune des questions, choisir la ou les bonnes réponses :

1)- Soit le système d'inéquation : $\begin{cases} x - 2y > 0 \\ 2x + y < 5 \end{cases}$;

Choisir le couple de solutions du système :

- A) $(-1 ; 2)$
- B) $(2 ; -2)$
- C) $(4 ; 1)$
- D) $(1 ; -1)$
- E) $(0 ; 0)$

2)- Soit le système d'inéquation : $\begin{cases} 3x - 2y \leq -5 \\ 2x + y < 6 \end{cases}$;

Choisir le couple de solutions du système :

- A) $(1 ; 4)$
- B) $(-2 ; 10)$
- C) $(-3 ; -2)$
- D) $(1 ; 5)$
- E) $(-4 ; 3)$

3)- Soit le système d'inéquation : $\begin{cases} 5x - 3y \geq -2 \\ 8x + 2y \geq 24 \end{cases}$;

On donne $x = 5$, choisir la ou les valeurs de y pour que le couple $(x ; y)$ soit solution du système d'inéquation.

- A) : 1 ; B) : 2 ; C) : 3 ; D) : 10 ; E) : -9

Exercice 63 :

Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

(I1) : $2x - 3y \geq 5$; (I2) : $x + 3y < 4$

Exercice 64 :

Résoudre graphiquement les systèmes d'inéquations suivantes :

(S1) : $\begin{cases} 2x \geq y \\ y + 2x - 2 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$;

$$(S2) : \begin{cases} x - y - 5 < 0 ; \\ x + 2y - 2 < 0 ; \\ 5x + 2y - 8 > 0 \end{cases}$$

Exercice 65 : Approfondissement

Résoudre graphiquement les systèmes d'inéquations suivantes :

$$(S1) : \begin{cases} 2x - 3y - 1 < 0 ; \\ 8x - 3x - 71 < 0 ; \\ x + y > 0 \end{cases}$$

$$(S2) : \begin{cases} -2x + 3y + 1 \leq 0 ; \\ -8x + 3y + 71 \geq 0 ; \\ x + y \geq 0 \end{cases}$$

❖ CORRECTION DES EXERCICES

Exercice 62 :

- 1) B) (2 ; -2) ; D) (1 ; -1)
- 2) E) (-4 ; 3)
- 3) A) : 1 ; B) : 2 ; C) : 3

Exercice 63 :

Réolvons graphiquement

Pour (I1) : $2x - 3y \geq 5$

$$2x - 3y - 5 \geq 0$$

Soit la droite (D1) d'équation : $2x - 3y - 5 = 0$.

Construisons (D1). Vérifions si les couples de coordonnées du point **O** est solution de (I1) :

$$\text{On a : } 2 \times 0 - 3 \times 0 - 5 = -5 < 0$$

Donc : **O** (0 ; 0) n'est pas solution de (I1).

D'où l'ensemble des solutions est le demi-plan fermé de frontière (D1) ne contenant pas **O** (la partie hachurée).

COLLER LA CONSTRUCTION EN IMAGE

Pour (I2) : $x + 3y < 4$

$$x + 3y - 4 < 0$$

Soit $(D2)$ la droite d'équation : $x + 3y - 4 = 0$.

Construisons $(D2)$. Vérifions si les couples de coordonnées du point **O** est solution de $(I2)$:

On a : $0 + 3 \times 0 - 4 = -4 < 0$ (*vraie*)

Donc : **O** $(0 ; 0)$ est solution de $(I2)$.

D'où l'ensemble des solutions de $(I2)$ est le demi-plan ouvert de frontière $(D2)$ contenant **O** (*la partie hachurée*).

COLLER LA CONSTRUCTION EN IMAGE